اصلاح یک مدل رفتاری الاستو پلاستیک سخت‌شونده- نرم‌شونده کرنشی برای بتن پلاستیک★

مسعود مهماندوست کتلر[۱] علی اخترپور[۲] مرتضی سالاری[۳]

چکیده *بتن پلاستیک، بتنی با مقاومت کمتر، شکل‌پذیری بالاتر و نفوذپذیری کمتر از بتن معمولی، یکی از روش‌های مؤثر برای کنترل تراوش سازه‌های آبی احداث‌شده روی پی‌های آبرفتی تغییر شکل‌پذیر می‌باشد. با توجه به تفاوت‌های رفتاری بتن پلاستیک نسبت به بتن‌های معمولی، اکثر مدل‌های رفتاری پیشنهادشده برای بتن‌های معمولی، توانایی بسیار محدودی در شبیه‌سازی رفتار تغییرشکلی مصالح بتن پلاستیک دارند و در اکثر موارد مدل سادهٔ مورکولمب را برای این مصالح درنظر می‌گیرند. از این‌رو تعیین یک مدل رفتاری مناسبی که بتواند رفتار تنش-کرنش و کرنش حجمی-محوری مصالح بتن پلاستیک را به‌طور مناسبی پیش‌بینی نماید ضروری می‌باشد. در این مطالعه با استفاده از یک سری نتایج آزمون‌های سه‌محوری زهکشی‌شده بر روی مصالح بتن پلاستیک، رفتار مصالح با یک مدل الاستوپلاستیک که ویژگی‌های رفتاری سخت‌شوندگی و نرم‌شوندگی کرنشی مصالح در آن درنظر گرفته می‌شود بااستفاده از برنامهٔ تفاضل محدود $FLAC^{2D}$ شبیه‌سازی شده‌است. بدین منظور با پیشنهاد توابع اصطکاک، چسبندگی و اتساع بسیج‌شدهٔ ویژه‌ای برای مدل رفتاری مذکور، سطح تسلیم و پتانسیل آن به‌گونه‌ای اصلاح شده‌است که قابلیت مناسبی در شبیه‌سازی رفتار تنش-کرنش و کرنش محوری-حجمی بتن پلاستیک را در شرایط بارگذاری آزمون سه‌محوری زهکشی‌شده داشته باشد. نتایج این شبیه‌سازی نشان می‌دهد، مدل رفتاری اصلاح‌شده کارایی بسیار مناسبی را در شبیه‌سازی رفتار مصالح بتن پلاستیک دارد.*

واژه‌های کلیدی مدل رفتاری الاستو- پلاستیک، بتن پلاستیک، مدل رفتاری سخت‌شونده- نرم‌شوندهٔ کرنشی، آزمایش سه‌محوری.

A Strain Hardening/Softening Elasto-Plastic Constitutive Model for Plastic Concrete Materials

M. Mehmandoust Kotlar A. Akhtarpour M. Salari

Abstract *In this research, the behavior of plastic concrete materials with a strain Hardening/Softening Elasto-Plastic constitutive model are investigated using FLAC software based on a series of drained triaxial test results. The constitutive model is based on the mobilized strength (friction and cohesion) and mobilized dilatation angle concepts. The results indicate that the assumed functions of modified mobilized friction angle and mobilized cohesion (The Yield function of the model) which are common for geotechnical materials, can predict stress-strain behavior with a sufficient accuracy. However, they cannot simulates the Volume changes due to dilation effects accurately, especially for plastic concrete with a relatively high stiffness and strength. Therefore, the potential function of the model is modified. The stress-strain and Volume strains that have been obtained from the modified model are in good agreement with the experimental data, especially for soft plastic concrete, as well as for hard plastic concrete in a low confining pressure.*

Key Words Elasto-Plastic Constitutive Model, Plastic Concrete, Strain Hardening/Softening, Triaxial Tests.

★ تاریخ دریافت مقاله ۹٤/۱۱/۱۱ و تاریخ پذیرش آن ۹٦/۱/۳۰ می‌باشد.

(۱) فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی عمران، دانشکدهٔ مهندسی، دانشگاه فردوسی، مشهد.

(۲) نویسندهٔ مسئول، استادیار گروه عمران، دانشکدهٔ مهندسی، دانشگاه فردوسی، مشهد. Email: akhtarpour@um.ac.ir

(۳) فارغ‌التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی عمران، دانشکدهٔ مهندسی، دانشگاه فردوسی، مشهد.

مقدمه

افزایش استفاده از بتن به‌عنوان مصالح سازه‌ای اصلی در ساخت‌وسازهای پیچیده مانند: عروق رآکتور، سدها، سازه‌های دریایی و غیره مستلزم توسعهٔ مدل‌های رفتاری پیچیده برای پیش‌بینی دقیق پاسخ مصالح در شرایط مختلف بارگذاری می‌باشد. تحولات جدید که در حال وقوع در زمینهٔ تکنولوژی بتن است منتج به نسل‌های جدید از بتن گردیده است که از نظر عملکرد بهتر هستند؛ مانند: بتن با مقاومت بالا (High Strength Concrete)، بتن با پودر فعال (Reactive Powder Concrete) بتن سبک با کارایی بالا (High Performance Light weight Concrete) بتن خودمتراکم (Self-Compacting Concrete) بتن پلاستیک (Plastic Concrete) و غیره.

در ادبیات فنی برای پیش‌بینی رفتار بتن، نظریه‌های متعددی نظیر مدل‌های تجربی [1-3]، الاستیک خطی [4,5]، الاستیک غیرخطی [۱]، مدل‌های مبتنی بر پلاستیسیته [6-8]، مدل‌های مبتنی بر تئوری Endochronic غیرارتجاعی [9-12]، مدل‌های شکست و مکانیک تخریب پیوسته (Fracturing models and continuum damage mechanics models) [13-16]، مدل‌های میکرومکانیک (Micromechanics Models) [17-20] و غیره وجود دارد. ادغام معادلات ساختاری، حل معادلات غیرخطی، تعیین معیارهای شکست، تسلیم و پتانسیل مناسب، مسائل اصلی در میان محققان می‌باشند. طیف وسیعی از این تحقیقات با ریشه‌های آنالیز عددی مانند روش اجزای محدود خطی (LFEM) و غیرخطی (NLFEM)، روش المان‌مرزی (BEM) و غیره گزارش شده‌است [21-25]. از جمله پژوهش‌های اخیر می‌توان به پژوهش ژائو لی و همکاران [26] اشاره نمود که شامل یک مدل الاستو- پلاستیک است با درنظرگیری بسیج‌شوندگی مقاومت برای سنگ‌های نرم که رفتاری تقریباً مشابه با بتن پلاستیک دارند. لی جان لیو و همکاران نیز [27] با استفاده از مدل غیرخطی کنت-پارک، موجود در نرم‌افزار اینسیس و اصلاح برخی از پارامترهای آن ازجمله حداکثر کرنش، تنش و مدول الاستیک، رفتار غیرخطی تنش-کرنش بتن‌های با مقاومت بالا را مدل‌سازی نمودند. همچنین ژانگ و همکاران [28]، تحلیل غیرخطی تنش-کرنش بتن پلاستیک را به‌صورت تحلیل عددی اجزای محدود (FEM) بااستفاده از برنامهٔ THEPD انجام دادند و سپس خصوصیات مکانیکی و پارامترهای مدل الاستیک غیرخطی دانکن-چانگ [29] را برای بررسی رفتار غیرخطی بتن پلاستیک به‌دست آوردند. بازانت و شیبه [30] نیز بااستفاده از یکی از قدرتمندترین مدل‌های ریاضی، نظریهٔ Endochronic، رفتار غیرخطی سه‌محوری بتن را به‌صورت اجزای محدود مدل‌سازی نمودند. آنها تأثیر پارامترهای موجود در این تئوری را بر روی توابع سخت‌شوندگی و نرم‌شوندگی بررسی نمودند.

با توجه به توصیف متناقض و نادرست رفتار بتن توسط مدل‌های الاستیک غیرخطی و همچنین پیچیدگی و کار محاسباتی عظیم تئوری‌های پیوسته‌ای مانند Endochronic [9,30-32] و Microplane [19,33-34] که برای توصیف رفتار غیرارتجاعی بتن، به وجود شرایط تسلیم نیازی ندارند، نظریه‌های مبتنی بر پلاستیسیته، روش‌های نسبتاً مناسب‌تری برای شبیه‌سازی رفتار غیرارتجاعی بتن می‌باشند. در نظریه‌های مبتنی بر پلاستیسیته تعیین معیار تسلیم، قانون جریان و قانون سخت‌شوندگی سه اصل زیربنایی هر مدل رفتاری می‌باشند.

در سال ۱۹۸٤، ورمیر و دی بورست [35] نوعی مدل رفتاری الاستوپلاستیک را برای مصالح بتنی و خاکی پیشنهاد نمودند. این مدل دارای سطح تسلیم مورکولمب می‌باشد که با تعریف توابع تجربی بسیج‌شده برای پارامترهای اصلی مور-کولمب (ψ, c, φ)، ویژگی‌های رفتاری سخت‌شوندگی و نرم‌شوندگی کرنشی در آن درنظر گرفته شده‌است. در این مطالعه نیز، با انجام برخی اصلاحات در توابع بسیج‌شونده پارامترهای مدل رفتاری مذکور، قابلیت این

مدل برای شبیه‌سازی رفتار تنش-کرنش و کرنش حجمی-محوری نمونه‌های استوانه‌ای بتن پلاستیک بسیار تغییرشکل‌پذیر مورد استفاده در دیوار آب‌بند سد خاکی سومبار (واقع‌شده در شمال شرق ایران) [36] و بتن پلاستیک با تغییرشکل‌پذیری کمتر مورد استفاده در ساخت دیوار آب‌بند پروژۀ Three Gorges (واقع در رود یانگ تسۀ چین) [28] در شرایط بارگذاری آزمون سه‌محوری زهکشی‌شده مورد بررسی قرار گرفته‌است.

اصلاح مدل رفتاری سخت‌شونده- نرم‌شوندۀ

کرنشی برای بتن پلاستیک. ارتباط تنش- کرنش بتن پلاستیک تحت شرایط بارگذاری، باربرداری و بارگذاری مجدد، همانند سنگ‌های نرم بسیار پیچیده می‌باشد. یک مدل رفتاری مناسب برای بتن پلاستیک باید قادر باشد مقاومت برشی حداکثر، رفتار سخت‌شوندگی- نرم‌شوندگی و تغییر سختی وابسته به تنش همه‌جانبه را درنظر بگیرد. در این تحقیق با اصلاح یک مدل رفتاری سخت‌شونده- نرم‌شوندۀ کرنشی موجود در برنامۀ تفاضل محدود FLAC و با استفاده از قابلیت برنامه‌نویسی FISH موجود در برنامه [37] سعی شده‌است ویژگی‌های فوق منظور گردد. برای منظور نمودن رفتار سخت‌شوندگی و نرم‌شوندگی بتن پلاستیک، مدل سخت‌شونده- نرم‌شوندۀ کرنشی ورمیر و دی بورست [35] به‌کار گرفته شده‌است. با مطالعۀ دقیق داده‌های آزمایشگاهی بتن پلاستیک موجود در این پژوهش، روابط ویژه‌ای برای پیش‌بینی رفتار سخت‌شوندگی و نرم‌شوندگی مصالح بتن پلاستیک ارائه شده‌اند.

وابستگی مدول الاستیک به تنش همه‌جانبه

رفتار تنش-کرنش الاستیک مصالح با کمک دو پارامتر مدول الاستیسیته (E) و ضریب پواسون (υ) قابل توصیف است. بسیاری از شواهد نشان می‌دهند که مدول الاستیسیته (E) وابسته به فشار همه‌جانبه است. در این پژوهش رابطۀ پیشنهادی جانبو [38] برای تعریف این وابستگی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

$$E_i = K.P_a\left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)^n \quad (۱)$$

در رابطۀ (۱)، E مدول یانگ، K پارامتر مدول الاستیک، P_a فشار اتمسفر و n توان وابستگی مدول به تنش همه‌جانبه می‌باشند. با توجه به نتایج آزمون‌های سه‌محوری می‌توان مقادیر پارامترهای K و n را نیز تعیین نمود.

تابع تسلیم و معرفی توابع سخت‌شوندگی

اصطکاکی و نرم‌شوندگی چسبندگی. در مدل رفتاری ورمیر و دی بورست [35]، برای شبیه‌سازی رفتار سخت‌شوندگی و نرم‌شوندگی مصالح از مفهوم زاویۀ اصطکاک بسیج‌شده $\boldsymbol{\varphi}^*$ و چسبندگی بسیج‌شده $\mathbf{c}^*$ استفاده می‌شود که هر دو تابعی از کرنش پلاستیک $\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathbf{p}}$ به‌عنوان یک پارامتر سخت‌شونده- نرم‌شونده هستند. بر این اساس، تابع تسلیم این مدل به‌صورت زیر معرفی می‌شود:

$$f = \tau^* - \sigma^* \sin\varphi^* - c^* \quad (۲)$$

که در این رابطه τ^* مقاومت برشی بسیج‌شده است. در ادامه نیز توابع مربوط به زاویۀ اصطکاک بسیج‌شده φ^* و چسبندگی بسیج‌شده c^* معرفی خواهد شد.

سخت‌شوندگی اصطکاکی. ورمیر و دی بورست [35] رابطۀ (۳) را برای شبیه‌سازی سخت‌شوندگی اصطکاکی مصالح ژئوتکنیکی پیشنهاد نمودند. در این رابطه زاویۀ اصطکاک بسیج‌شده، φ^*، به کرنش پلاستیک ε^p، وابسته است و تا رسیدن به مقدار حداکثر، φ_p، به‌تدریج افزایش می‌یابد.

$$\begin{cases} \sin\varphi^* = 2\frac{\sqrt{(\varepsilon^p\varepsilon^f)}}{\varepsilon^p+\varepsilon^f}\sin\varphi_p & \text{for} \quad \varepsilon^p < \varepsilon^f \\ \sin\varphi^* = \sin\varphi_p & \text{for} \quad \varepsilon^p > \varepsilon^f \end{cases} \quad (۳)$$

در روابط فوق، ε_f کرنش پلاستیک در زاویهٔ اصطکاک حداکثر φ_p، می‌باشد. این رابطه به‌منظور تدقیق مناسب‌تر مرز بین رفتار الاستیک و پلاستیک در مصالح بتن پلاستیک به‌صورت رابطهٔ (٤) اصلاح شده‌است:

$$\begin{cases} \sin\varphi^* = \sin\varphi_0 + 2\frac{\sqrt{(\varepsilon^p\varepsilon^f)}}{\varepsilon^p+\varepsilon^f}(\sin\varphi_p - \sin\varphi_0) & \text{for} \;\; \varepsilon^p < \varepsilon^f \\ \sin\varphi^* = \sin\varphi_p & \text{for} \;\; \varepsilon^p < \varepsilon^f \end{cases} \quad (٤)$$

در این رابطه φ_0 زاویهٔ اصطکاک اولیهٔ مصالح است. شکل (۱- الف) تغییرات افزایشی سینوس زاویهٔ اصطکاک بسیج‌شده را مطابق با رابطهٔ (٤) در مقابل کرنش پلاستیک ε^p نشان می‌دهد. فرمول‌های مفید دیگری نیز توسط محققان مختلفی ارائه شده‌است [39].

نرم‌شوندگی چسبندگی. ورمیر و دی بورست [35] با کمک نتایج یک‌سری از آزمون‌های سه‌محوری روی نمونه‌های ماسه‌سنگ و با توجه به کاهش تدریجی سیمانتاسیون نمونه‌های سنگ و بتن سالم در اثر توسعهٔ ریزترک‌ها، رابطهٔ نرم‌شوندگی چسبندگی را مطابق با رابطهٔ (۵) ارائه نمودند.

$$c^* = c\exp\left[-\left(\frac{\varepsilon^p}{\varepsilon^c}\right)^2\right] \quad (۵)$$

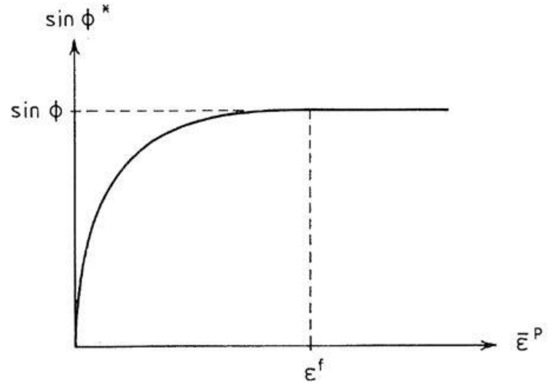
در این رابطه ε^c یک ثابت مشابه با ε^f در رابطهٔ سخت‌شوندگی (رابطهٔ ۳) می‌باشد. ε^f کرنش مورد نیاز برای بسیج‌شدن زاویهٔ اصطکاک تا مقدار حداکثر φ_p را مشخص می‌کند و ε^c نشان‌دهندهٔ کرنش مورد نیاز برای کاهش چسبندگی است. مقدار c نیز در این رابطه با توجه به نیمی از اختلاف تنش‌های اصلی ماکزیمم و مینیمم ناحیهٔ الاستیک نمودار تنش-کرنش آزمایشگاهی به‌دست می‌آید که درواقع علاوه بر پارامتر φ_0 در رابطه سخت‌شوندگی، کنترل‌کنندهٔ ناحیهٔ الاستیک مصالح در تنش‌های همه‌جانبهٔ مختلف می‌باشد. هر دو پارامتر ε^c و c با انجام آنالیز برگشتی بر روی داده‌های آزمایش سه‌محوری و گرفتن حداکثر تطبیق تعیین می‌شوند. شکل (۱- ب) تغییرات کاهش چسبندگی بسیج‌شده را در توان‌های (P) مختلف رابطهٔ (۵) در مقابل کرنش پلاستیک ε^p نشان می‌دهد. در رابطهٔ (۵) این توان معادل ۲ برای ماسه‌سنگ پیشنهاد شده‌است.

رابطهٔ پیشنهادی نرم‌شوندگی چسبندگی توسط ورمیر و دی بورست [35] با توجه به نتایج یک آزمون بر روی ماسه‌سنگ به‌طور تقریباً دقیقی برای این مصالح اثبات شده‌است، اما پاسخ‌های این رابطه تا حدی برای مصالح بتن پلاستیک متفاوت‌تر هستند. با توجه به شکل (۱-ب) ملاحظه می‌شود که با تغییر توان (P) رابطهٔ (۵)، نرخ کاهش چسبندگی با افزایش میزان کرنش متفاوت خواهد بود. مصالح بتن پلاستیک به دلیل وجود میکروترک‌های قبل از بارگذاری، برخلاف ماسه‌سنگ‌ها، پس از بارگذاری بلافاصله شروع به کاهش چسبندگی می‌کنند که تا کرنش ε^c روند نرخ کاهش آنها شدید است و پس از آن تقعر منحنی تغییر می‌کند و با توجه به توسعهٔ تدریجی میکروترک‌ها روند کاهش چسبندگی پس از نقطهٔ عطف ملایم‌تر و در کرنش‌های بالاتری نسبت به ماسه‌سنگ‌ها به چسبندگی صفر نزدیک می‌شود. بنابراین با توجه به شکل (۱-ب) و همچنین نتایج شبیه‌سازی یک‌سری آزمایش‌های سه‌محوری روی مصالح بتن پلاستیک (که در بخش‌های بعدی آورده خواهد شد)، رابطهٔ (٦) که صورت اصلاح‌شده‌ای از رابطهٔ (۵) است برای شبیه‌سازی رفتار نرم‌شوندگی کرنشی مصالح بتن پلاستیک مورد استفاده در این مطالعه پیشنهاد می‌گردد:

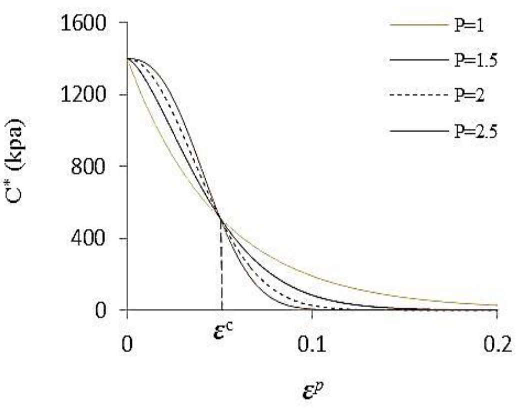
$$c^* = c\exp\left[-\left(\frac{\varepsilon^p}{\varepsilon^c}\right)^{\frac{3}{2}}\right] \quad (٦)$$

تنها تفاوت این رابطه با رابطهٔ (۵) در توان نسبت

کرنش‌ها می‌باشد که نشان از روند ملایم‌تر نرم‌شوندگی-چسبندگی در مصالح بتن پلاستیک دارد. بنابراین در این پژوهش از توابع (٤ و ٦) برای شبیه‌سازی رفتار سخت‌شونده- نرم‌شوندهٔ کرنشی بتن پلاستیک استفاده‌شده است که در بخش‌های بعد به آن پرداخته خواهد شد.



(الف)



(ب)

شکل ۱ رابطهٔ شبه‌تجربی در مدل سخت‌شونده- نرم‌شوندهٔ کرنشی

تابع پتانسیل پلاستیک و رفتار اتساعی

برای شبیه‌سازی رفتار حجمی بتن پلاستیک و اجتناب از اتساع‌های بیش‌ازحد بزرگ، یک تابع پتانسیل مناسب که تقریباً با تابع تسلیم یکسان است معرفی می‌شود.

$$g = \tau^* - \sigma^* \sin\psi^* + \text{cons.} \qquad (٧)$$

که در این رابطه ψ^* زاویهٔ اتساع بسیج‌شده می‌باشد.

رفتار اتساعی. اتساع به‌عنوان تغییرات حجم ناشی از اعوجاج برشی در یک المان از مصالح تعریف می‌شود. بدیهی است که یک زاویهٔ اتساع ثابت برای پیش‌بینی رفتار بتن پلاستیک کافی نیست. راو [40] رابطهٔ (٨) را برای شبیه‌سازی رفتار اتساعی مصالح ژئوتکنیکی ارائه داده است. این معادله رابطهٔ بین زاویهٔ اتساع بسیج‌شده ψ^* و کرنش پلاستیک ε^p را درحالی‌که زاویهٔ اصطکاک بسیج‌شده φ^* تابعی از کرنش پلاستیک ε^p می‌باشد، بیان می‌کند.

$$\sin\psi^* = \frac{\sin\varphi^* - \sin\varphi_{cv}}{1 - \sin\varphi^* \sin\varphi_{cv}} \qquad (٨)$$

در این رابطه φ_{cv} را که دارای مقداری ثابت است و زاویهٔ اتساع در آن صفر می‌باشد «زاویهٔ اصطکاک حجم ثابت» می‌گویند که متناظر با شرایط تغییرشکل با حجم ثابت می‌باشد. این کمیت از رابطهٔ (٩) استخراج می‌گردد:

$$\sin\varphi_{cv} = \frac{\sin\varphi_p - \sin\psi_p}{1 - \sin\varphi_p \sin\psi_p} \qquad (٩)$$

رابطهٔ (٨) برای ماسه به‌طور دقیقی اثبات‌شده است؛ اما باتوجه به فرضیات محدودکنندهٔ موجود در نظریهٔ اتساعی راو [40] و همچنین شبیه‌سازی عددی نتایج آزمایشگاهی حجمی بتن پلاستیک موجود در این پژوهش، مشخص می‌شود که تابع راو، دارای دقت کافی در شبیه‌سازی رفتار حجمی مصالح دانه‌ای سیمانته‌شده نمی‌باشد؛ لذا اصلاحاتی مطابق با آنچه در ادامه شرح داده خواهد شد در رابطهٔ راو توسط مؤلفان پیشنهاد گردیده است. بدین منظور با اعمال ضریبی $(0<F<1)$ به مقدار به‌دست‌آمده زاویهٔ اتساع و تغییر در نرخ بسیج‌شدگی آن، مناسب‌ترین نتایج شبیه‌سازی رفتار حجمی مصالح بتن پلاستیک بااستفاده از آنالیز برگشتی به‌دست‌آمده است و تابع ذیل که درواقع شکل اصلاح‌شده‌ای از تابع راو می‌باشد به‌شرح رابطهٔ (١٠) پیشنهاد می‌گردد:

$$\sin\psi^* = \begin{cases} \sin(F.\theta) & F.\theta \le \psi_p \\ \sin\psi_p & F.\theta > \psi_p \end{cases} \qquad (١٠)$$

که θ از رابطهٔ (١١) به‌دست می‌آید.

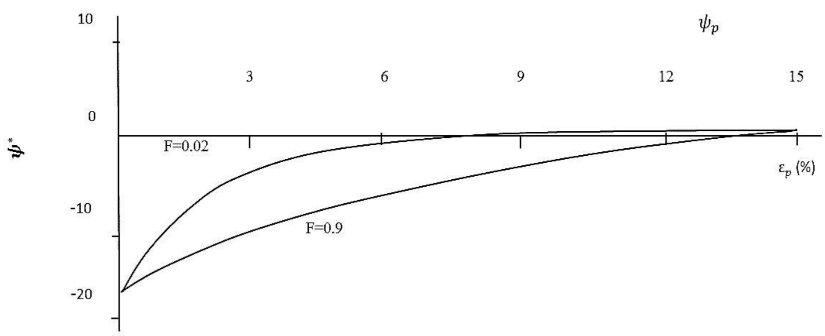
$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{\sin\varphi^* - \sin\varphi_{cv}}{1-\sin\varphi^*\sin\varphi_{cv}}\right) \qquad (11)$$

در روابط فـوق $\psi_p \le +90^\circ$ و F نیـز یـک عـدد حقیقی مثبت می‌باشـد. پـارامتر F نـرخ افـزایش زاویـهٔ اتساع بسیج‌شـده را نشـان مـی‌دهـد و براسـاس نتـایج آزمایش‌ها سه‌محوری مصالح تعیین می‌گردد. این کمیت تابع تنش همه‌جانبه است و نمونه‌های بتن پلاسـتیک بـا کرنش‌حجمی بیشتر، دارای ضریب F بـالاتری خواهنـد بود. در شکل (۲) تغییرات زاویـهٔ اتسـاع بسـیج‌شـده بـا کرنش پلاستیک برای مقادیر متفاوت F براسـاس رابطـهٔ (۱۰) ارائــه‌شــده اســت. مطــابق شــکل، زاویــهٔ اتســاع بسیج‌شـده از یـک مقـدار اولیـه تـا مقـدار حـداکثر ψ_p افزایش‌یافته است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود پارامتر F کنترل‌کنندهٔ میزان انحنای این منحنی‌ها مـی‌باشـد کـه بیانگر نرخ تغییرات زاویهٔ اتساع بسیج‌شـده بـا افـزایش کرنش پلاستیک می‌باشد.

نتایج شبیه‌سازی

مشخصات مصالح بتن پلاستیک. بتن پلاستیک، بتنی با مقاومت بسیار کمتر از بتن معمولی، شکل‌پـذیری بـالا و نفوذپذیری پایین می‌باشـد. مـواد تشـکیل‌دهنـدهٔ بـتن پلاسـتیک سـیمان، سـنگدانه، دوغـاب بنتونیـت و مـواد افزودنی همچون رس و پودر آهـک هیدراتـه اسـت. در این تحقیق از آزمـایش‌هـای سـه‌محـوری تحکـیم‌یافتـهٔ زهکشی‌شده (CD) نمونه‌هـایی بـا طـرح اخـتلاط‌هـایی مطابق با جدول (۱) استفاده‌شده است. بتن پلاستیک سد سومبار [۲] به‌عنوان یک نمونه از بتن‌های پلاستیک نـرم و کم‌مقاومت است و بتن پلاسـتیک فرازبنـدهای پـروژه Three Gorges [28] بـه‌عنـوان نمونـه‌ای از بـتن‌هـای پلاستیک نسبتاً سخت و پرمقاومت محسوب می‌گردد.

برای هر یک از این پروژه‌ها، آزمایش سه‌محـوری روی سه نمونه بتن پلاستیک با طرح اختلاط یکسان در تنش‌های همـه‌جانبـهٔ مختلـف انجـام‌شـده اسـت. سـن نمونه‌های مورد آزمـایش ۲۸روزه بـوده اسـت. در طـی آزمایش‌های سه‌محوری زهکشـی‌شـده، ابتـدا نمونـه‌هـا اشباع‌شده است، سپس تحت شرایط کرنش کنتـرل‌شـده طبق استاندارد BS1377-PB با سرعت ۰/۱ میلی‌متـر بـر دقیقه بارگذاری انجام‌شده است.



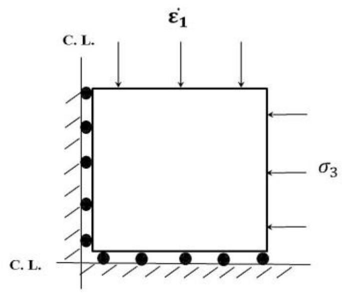
شکل ۲ تغییرات زاویهٔ اتساع بسیج‌شده با تغییرات ضریب F

جدول ۱ طرح اختلاط بتن پلاستیک سد خاکی سومبار [1] و فرازبندهای پروژهٔ Three Gorges [2]

نام سد	آب kg/m^3	سیمان kg/m^3	بنتونیت kg/m^3	ماسه kg/m^3	شن kg/m^3
سومبار	۴۲۰	۱۰۰	۴۰	۵۳۵	۴٦۵
فرازبند پروژه Three Gorges	۳۸۵	۲٦۵	۵۵	۱۳۱۰	---

شبیه‌سازی رفتار مصالح بتن پلاستیک موجود

باتوجه به اینکه در برنامهٔ FLAC امکان برنامه‌نویسی و اصلاح مدل‌های رفتاری وجود دارد، کلیهٔ شبیه‌سازی‌های عددی این مقاله بااستفاده از قابلیت برنامه‌نویسی FISH [41] در نرم‌افزار مذکور صورت‌گرفته است. در این پژوهش برای شبیه‌سازی نتایج آزمایشگاهی سه‌محوری بتن پلاستیک، مدل‌سازی بر روی یک تک‌المان در شرایط تقارن محوری (به‌منظور کاهش زمان تحلیل) با درنظر گرفتن شرایط مرزی و اولیهٔ مناسب انجام‌شده است (شکل ۳). پس از اعمال فشار جانبی، تغییرشکل محوری با سرعت مشخصی به مرز فوقانی المان اعمال‌گردیده است.



شکل ۳ نحوهٔ مدل‌سازی تک‌المان در مدل عددی

کلیهٔ توابع و وابستگی‌های معرفی‌شده در بخش قبل بااستفاده از قابلیت برنامه‌نویسی نرم‌افزار (FISH) به مدل رفتاری مصالح بتن پلاستیک اعمال گردیده است. برنامهٔ نوشته‌شده در هر گام از تحلیل، کرنش‌های برشی پلاستیک را محاسبه می‌نماید و براساس توابع تعریف‌شده برای هر یک از پارامترهای موجود، کلیهٔ پارامترهای مدل به‌روزرسانی می‌گردد. با تغییر در پارامترها و انجام سعی‌وخطا سعی شده است تا متناسب‌ترین انطباق بر نتایج حاصل از آزمون سه‌محوری مصالح حاصل گردد.

پارامترهای هر یک از این آزمایش‌ها براساس حصول حداکثر تطبیق بین مدل عددی و نتایج آزمایشگاهی مطابق جدول (۲) تعیین‌شده است. این پارامترها، تابعی از تنش همه‌جانبه می‌باشند که با به‌دست آوردن مقادیر این پارامترها در تنش‌های همه‌جانبهٔ مختلف و برازش یک خط از آنها، می‌توان این پارامترها را به‌صورت تابعی از تنش همه‌جانبه به‌شرح جدول (۳) به‌دست آورد. ازآنجاکه خصوصیات مصالح بتن پلاستیک نرم نسبت به بتن پلاستیک سخت به مصالح ژئوتکنیکی نزدیک‌تر می‌باشد پارامترهای بتن پلاستیک نرم نسبت به بتن پلاستیک سخت تحت تأثیر بیشتری از تنش همه‌جانبه قرار می‌گیرند و تغییرات آنها با افزایش فشار همه‌جانبه شدیدتر است. انحنای موجود در پوش گسیختگی مصالح بتن پلاستیک موجود، سبب‌شده است تا با افزایش تنش همه‌جانبه مقدار φ_P کاهش و مقدار c افزایش یابد که شدت تغییرات آنها در بتن پلاستیک نرم بیشتر است. پارامتر F نیز همان‌طور که قبلاً نیز ذکر شد با افزایش میزان تنش همه‌جانبه، افزایش می‌یابد که این امر سبب تغییر نرخ بسیج‌شوندگی زاویهٔ اتساع و شبیه‌سازی بهتر رفتار حجمی به‌خصوص در بتن پلاستیک نرم می‌شود. این پارامتر در هر دو بتن پلاستیک سخت و نرم بین صفر و یک است (۱>F>۰) و ازآنجاکه بتن پلاستیک سخت دارای تغییرات حجمی بسیار کمتری در حین انقباض می‌باشد این ضریب به صفر نزدیک‌تر است.

جدول ۲ پارامترهای حاصل از مدل رفتاری اصلاح‌شده برای هر یک آزمایش‌های سه‌محوری

مصالح	σ_3(kg/cm^3)	ν	C (kPa)	ε_f(%)	ε_c(%)	F	φ_p	φ_0	ψ_p
بتن پلاستیک سد سومبار	۱	۰/۴	۸	۱۵	۱۱	۰/۱۵	۳۶	۱۸	۰/۵۲
	۳	۰/۳	۱۳	۱۶	۱۴	۰/۴۵	۳۳/۵	۱۶	۰
	۵	۰/۲	۱۵	۱۷	۱۵	۰/۸۲	۳۰/۳	۱۵	۰
بتن پلاستیک فرازبندهای پروژه Three Gorges	۱	۰/۴۷	۱۵۰۰	۵	۲/۵	۰/۰۳۵	۳۳	۱۲	۰/۴
	۴	۰/۴۶	۱۵۵۰	۷	۴/۵	۰/۰۴	۳۲	۸	۰
	۷	۰/۴۵	۱۶۰۰	۸	۵/۵	۰/۰۵۲	۳۰/۵	۶	۰

جدول ٣ پارامترهای مدل رفتاری اصلاح‌شده برای بتن‌پلاستیک‌های موجود در این پژوهش

پارامتر	بتن‌پلاستیک سد سومبار	بتن‌پلاستیک فرازبندهای پروژه Three Gorges
$\rho(\frac{gr}{cm^3})$	2	2
n	0.65	0.025
$K . P_a(kPa)$	42000	10^6
ν	$-0.27\log\left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)+0.4$	$-0.022\log\left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)+0.47$
C (KPa)	$10.09\log\left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)+8.045$	$112\log\left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)+1496.2$
$\varepsilon^f(\%)$	$2.74\log\left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)+15$	$3.5\log\left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)+5$
$\varepsilon^c(\%)$	$5.8\log\left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)+11$	$3.5\log\left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)+2.5$
F	$0.9\log\left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)+0.12$	$0.02\log\left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)+0.034$
φ_p	$-7.7\log\left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)+36.3$	$-2.7\log\left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)+33$
φ_0	$-4.3\log\left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)+18$	$-7\log\left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)+12$
ψ_p	$0.52^\circ \quad \frac{\sigma_3}{P_a}<1$ $0^\circ \quad \frac{\sigma_3}{P_a}\geq 1$	$0.4^\circ \quad \frac{\sigma_3}{P_a}<4$ $0^\circ \quad \frac{\sigma_3}{P_a}\geq 4$

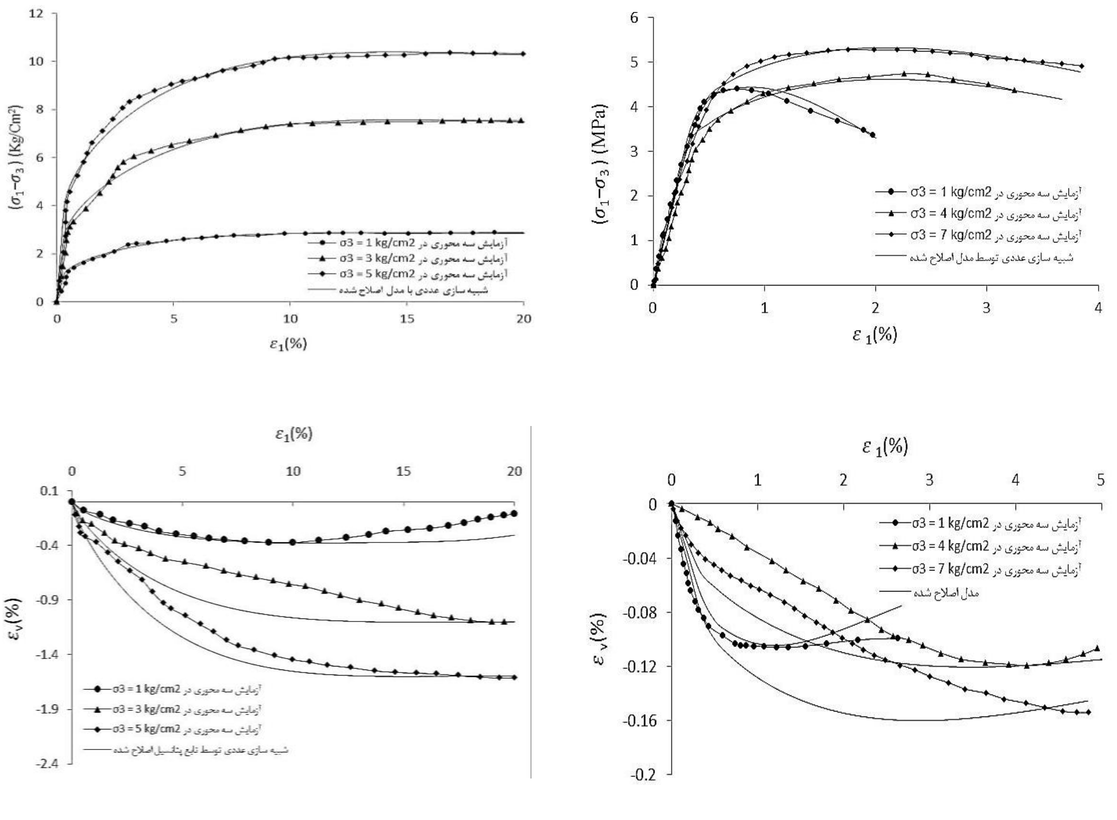
نتایج حاصل از شبیه‌سازی در تنش‌های همه‌جانبهٔ مختلف، در شکل (٤) آورده‌شده است. نمودارهای تنش‌انحرافی- کرنش‌محوری بیانگر قابلیت شبیه‌سازی مناسب رفتار تنش- کرنش بتن پلاستیک نرم سد سومبار و بتن پلاستیک سخت فرازبندهای پروژهٔ Three Gorges براساس توابع اصلاح‌شدهٔ زاویهٔ اصطکاک بسیج‌شده و چسبندگی بسیج‌شده در تنش‌های همه‌جانبهٔ مختلف، می‌باشد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود این توابع هم‌زمان هر سه رفتار الاستیک، سخت‌شونده و نرم‌شوندهٔ بتن‌پلاستیک‌های نرم و سخت را با دقت کافی شبیه‌سازی نموده‌اند. نتایج آزمایشگاهی تنش- کرنش بتن‌پلاستیک نرم سد سومبار نشان می‌دهد این بتن پس از نقطهٔ حداکثر مقاومت، از خود رفتار نرم‌شونده نشان نمی‌دهد و به‌همین‌دلیل نیز مقدار کرنش موردنیاز برای افزایش میزان اصطکاک بتن (ε^f) و کاهش چسبندگی (ε^c) باتوجه به نتایج حاصل از شبیه-سازی (نگاه کنید به جدول ٤) تقریباً مقادیر یکسانی دارند. درحالی‌که بتن‌پلاستیک سخت فرازبندهای پروژهٔ Three Gorges پس از نقطهٔ حداکثر مقاومت از خود رفتار نرم‌شونده نشان می‌دهد و کرنش موردنیاز برای کاهش چسبندگی (ε^c) تقریباً نیمی از کرنش نهایی مصالح (ε^f) می‌باشد.

همچنین در شکل (٤) نمودارهای کرنش محوری- حجمی بیانگر قابلیت شبیه‌سازی رفتار حجمی مصالح بتن‌پلاستیک می‌باشند. باتوجه به اینکه تابع پتانسیل پیشنهادی راو که برای مصالح ژئوتکنیکی ارائه‌شده است و دقت کافی را در مدل‌سازی رفتار حجمی بتن‌پلاستیک ندارد تابع پتانسیل اصلاح‌شدهٔ پیشنهادی قابلیت شبیه‌سازی مدل رفتاری اصلاح‌شده را به‌ویژه در بتن‌پلاستیک نرم و در تنش‌های همه‌جانبه پایین برای بتن‌پلاستیک سخت دارا می‌باشد. هرچند تابع اصلاح‌شده در تنش‌های همه‌جانبهٔ بالا تا قبل از نقطهٔ حداکثر، کرنش‌های حجمی بالاتری را نسبت به مقادیر آزمایشگاهی نشان می‌دهد بااین‌حال در نقطهٔ حداکثر هم‌گرا می‌گردد. البته قابل‌ذکر است که این تفاوت کرنش حجمی بتن‌پلاستیک قبل از نقطهٔ حداکثر بین مدل عددی و آزمایشگاهی، باتوجه به مقادیر بسیار کوچک تغییرات حجمی آنها قابل‌چشم‌پوشی می‌باشند.

درنهایت خلاصه‌ای از پارامترهای مدل سخت‌شونده- نرم‌شوندهٔ کرنشی و عملکرد هر یک از

این پارامترها در شبیه‌سازی نتایج آزمایشگاهی سه‌محوری موجود در این پژوهش در جدول (٤) ارائه‌شده است.

در این بخش کارایی مدل رفتاری اصلاح‌شدۀ پیشنهادی توسط مؤلفان را نسبت به دو مدل متداول در مصالح ژئوتکنیکی شامل مدل موهر-کولمب (که در اکثر مصالح بتن‌پلاستیک این مدل درنظر گرفته می‌شود) و مدل الاستیک غیرخطی هذلولی را برای بتن‌پلاستیک مورد ارزیابی قرار می‌دهیم. به‌عنوان نمونه مطابق شکل (٥) نتایج شبیه‌سازی مدل رفتاری پیشنهادی توسط مؤلفان و همچنین دو مدل مذکور را برای نتایج آزمایش سه‌محوری بتن‌پلاستیک فرازبندهای پروژۀ Three Gorges در تنش همه‌جانبۀ ٤ کیلوگرم بر سانتی‌متر مربع، رسم نموده‌ایم. مطابق شکل (٥-الف) ملاحظه می‌شود که مدل رفتاری موهر-کولمب یک مدل رفتاری خطی الاستیک-کاملاً پلاستیک می‌باشد که قادر به مدل نمودن هیچ‌یک از رفتارهای غیرخطی سخت‌شونده و نرم‌شوندۀ کرنشی مصالح نمی‌باشد. مطابق شکل (٥-ب) نیز ملاحظه می‌شود که مدل رفتاری هذلولی [29] یک مدل الاستیک غیرخطی است که اصولاً قادر به مدل‌سازی کرنش‌های پلاستیک و نیز رفتار نرم‌شونده پس از مقاومت حداکثر نمی‌باشد. هر دو مدل موهر- کولمب و مدل الاستیک غیرخطی هذلولی به‌دلیل ثابت بودن مقدار ضریب پواسون و همچنین ثابت بودن مقدار زاویۀ اتساع پس از نقطۀ شکست، تغییرشکل‌ها را به‌صورت خطی مدل می‌نمایند. این در حالی است که مدل رفتاری پیشنهادی توسط مؤلفان، قادر به مدل نمودن هم‌زمان رفتار غیرخطی سخت‌شونده و نرم‌شوندۀ کرنشی می‌باشد.

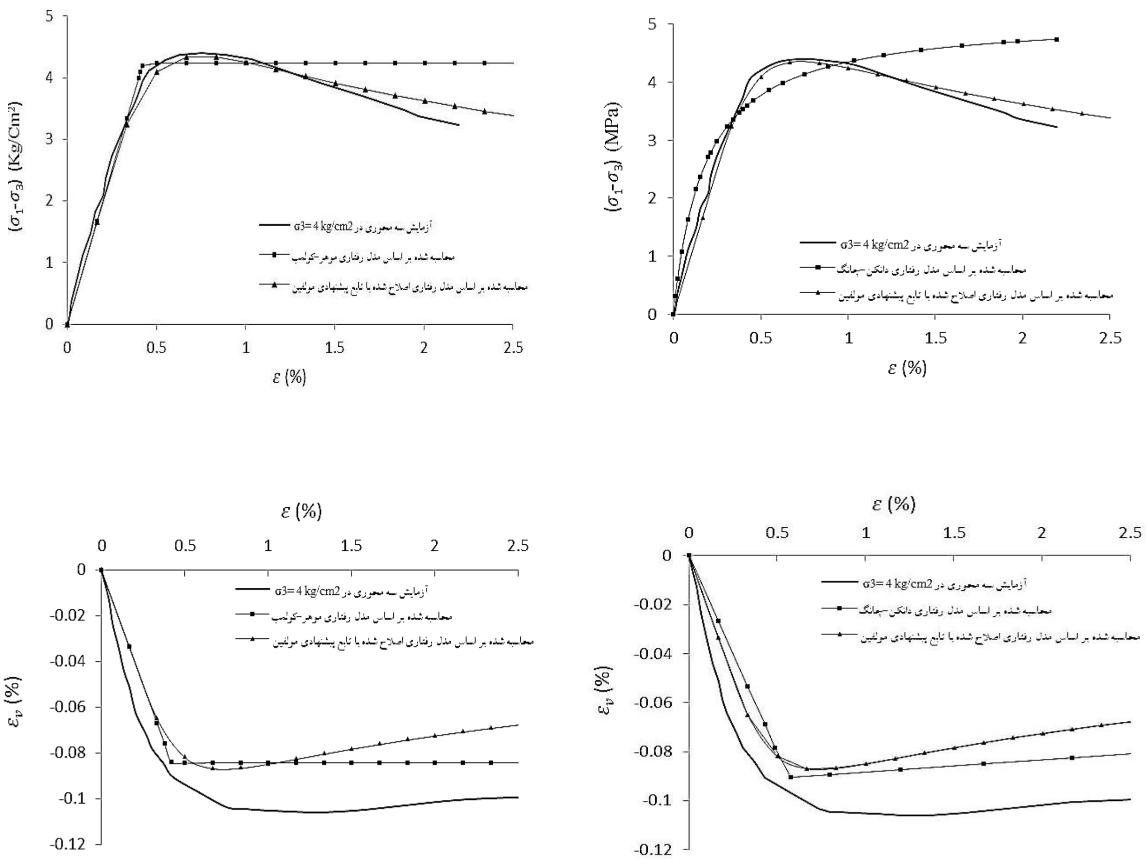


(ب) (الف)

شکل ٤ نتایج شبیه‌سازی منحنی‌های تنش-کرنش و کرنش محوری-حجمی بتن پلاستیک دیوار آب‌بند
(الف) سد سومبار (ب) فرازبندهای پروژۀ Three Gorges با منحنی‌های آزمایشگاهی

جدول ٤ خلاصه‌ای از پارامترهای مدل سخت‌شونده- نرم‌شوندهٔ کرنشی و عملکرد هر یک در شبیه‌سازی نتایج آزمایش‌های سه‌محوری

پارامتر	عملکرد پارامتر در شبیه‌سازی عددی
E	کنترل‌کنندهٔ شیب اولیهٔ نمودارهای کرنش محوری-کرنش حجمی
ν	کنترل‌کنندهٔ بخش زیادی از ناحیهٔ الاستیک مصالح
C	کنترل‌کنندهٔ نرخ کاهش مقاومت در بخش سخت‌شونده کنترل‌کنندهٔ مقاومت حداکثر و کرنش رخداد این مقاومت
ε^f	کنترل‌کنندهٔ نرخ کاهش مقاومت در بخش نرم‌شوندهٔ رفتار مصالح کنترل‌کنندهٔ مقاومت حداکثر و کرنش رخداد این مقاومت
ε^c	کنترل‌کنندهٔ میزان حداکثر انقباض و کرنش رخداد حداکثر انقباض کنترل‌کنندهٔ میزان اتساع و نرخ تغییرات آن پس از نقطهٔ تغییر فاز
F	کنترل‌کنندهٔ میزان مقاومت حداکثر
φ_p	کنترل‌کنندهٔ بخشی از ناحیهٔ الاستیک مصالح
φ_0	کنترل‌کنندهٔ میزان اتساع و نرخ تغییرات آن پس از نقطهٔ تغییر فاز
ψ_p	کنترل‌کنندهٔ شیب اولیهٔ نمودارهای کرنش محوری-کرنش حجمی



(الف) (ب)

شکل ٥ مقایسهٔ مدل رفتاری پیشنهادی توسط مؤلفان با مدل رفتاری (الف) موهر-کولمب (ب) دانکن-چانگ

نتیجه‌گیری

تمرکز اصلی این تحقیق بر ارائهٔ یک رویکرد برای شبیه‌سازی رفتار مصالح بتن پلاستیک توسط یک مدل رفتاری سخت‌شونده- نرم‌شوندهٔ کرنشی در فضای تنش‌انحرافی-کرنش‌محوری و کرنش‌حجمی- کرنش‌محوری بوده است. مطابق نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی نتایج آزمایشگاهی، منحنی‌های تنش- کرنش حاصل از تحلیل عددی برای هر دو بتن‌پلاستیک نرم و سخت باتوجه به اصلاحاتی در توابع سخت‌شوندگی و نرم‌شوندگی بتن‌پلاستیک، با دقت کافی منطبق به نتایج آزمایشگاهی می‌باشند. همچنین منحنی‌های کرنش‌حجمی- محوری حاصل از تابع پتانسیل اصلاحی، برای بتن‌پلاستیک نرم، و در تنش همه‌جانبهٔ پایین برای بتن‌پلاستیک سخت، انطباق نسبتاً قابل‌قبولی را نشان می‌دهد درحالی‌که در تنش‌های همه‌جانبهٔ بالا برای بتن پلاستیک سخت تا قبل از مقدار حداکثر، مقادیر کرنش حجمی به‌دست‌آمده از مدل عددی، دارای مقداری اختلاف با نتایج آزمایشگاهی می‌باشد که پیشنهاد می‌شود در ادامهٔ این تحقیق توابع پتانسیل دیگری برای شبیه‌سازی بهتر، مورد بررسی قرار گیرد. همچنین از مزایای این مدل پیشنهادی می‌توان به مدل‌سازی هم‌زمان رفتار سخت‌شونده- نرم‌شونده با درنظر گرفتن فقط یک تابع پیوسته برای سطح تسلیم و پتانسیل اشاره نمود.

تشکر و قدردانی

درنهایت از همکاری بی‌دریغ جناب مهندس ظهوریان کارشناس ژئوتکنیک شرکت مهارآب، در این پژوهش تشکر و قدردانی می‌نماییم.

مراجع

1. Imran, I., and Pantazopoulou, S., "Experimental Study of Plain Concrete under Triaxial Stress," *ACI Materials Journal-American Concrete Institute*, Vol. 93, PP. 589-601, (1996).
2. Bazant, Z. P., and Oh, B. H., "Strain-Rate Effect in Rapid Triaxial Loading of Concrete," *Journal of Engineering Mechanics-ASCE*, Vol. 108, PP. 764-782, (1982).
3. Gerstle, K. H., "Simple Formulation of Biaxial Concrete Behavior," *Journal Proceedings*, PP. 62-68, (1981).
4. Chen, W., and Saleeb, A., "Constitutive equations for engineering materials", Vol. 1, PP. 7-573, Elasticity and modelling: Elsevier Publications, (1994)
5. Bangash, M., "Concrete and Concrete Structures: Numerical Modelling and APPlications", (1989).
6. Kang, H. D., and Willam, K. J., "Localization Characteristics of Triaxial Concrete Model", *Journal of engineering mechanics*, Vol. 125, PP. 941-950, (1999).
7. Imran, I., and Pantazopoulou, S., "Plasticity Model for Concrete under Triaxial Compression", *Journal of engineering mechanics*, Vol. 127, PP. 281-290, (2001).
8. Grassl, P., Lundgren, K., and Gylltoft, K., "Concrete in Compression: a Plasticity Theory with a Novel Hardening Law", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 39, PP. 5205-5223, (2002).
9. Bažant, Z. P., and Bhat, P. D., "Endochronic Theory of Inelasticity and Failure of Concrete", *Journal of the Engineering Mechanics Division*, Vol. 102, PP. 701-722, (1976).

10. Rivlin, R., "Some Comments on the Endochronic Theory of Plasticity", in Collected Papers of RS Rivlin, ed: Springer, PP. 1592-1609, (1997).
11. Valanis, K., and Lee, C. F., "Some Recent Developments of the Endochronic Theory with APPlications", *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 69, PP. 327-344, (1982).
12. Wu, H. C., and Komarakulnanakorn, C., "Endochronic Theory of Continuum Damage Mechanics", *Journal of engineering mechanics,* Vol. 124, PP. 200-208, (1998).
13. Yazdani, S., and Schreyer, H., "Combined Plasticity and Damage Mechanics Model for Plain Concrete", *Journal of engineering mechanics*, Vol. 116, PP. 1435-1450, (1990).
14. Voyiadjis, G. Z., and Abu-Lebdeh, T. M., "Plasticity Model for Concrete Using the Bounding Surface Concept", *International Journal of Plasticity*, Vol. 10, PP. 1-21, (1994).
15. Lee, J., and Fenves, G. L., "Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures", *Journal of engineering mechanics,* Vol. 124, PP. 892-900, (1998).
16. Krätzig, W. B., and Pölling, R., "Elasto-Plastic Damage-Theories and Elasto-Plastic Fracturing-Theories–A Comparison", *Computational materials science*, Vol. 13, PP. 117-131, (1998).
17. Park, H., and Kim, H., "Microplane Model for Reinforced-Concrete Planar Members in Tension-Compression", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 129, PP. 337-345, (2003).
18. Ozbolt, J., and Bazant, Z. P., "Microplane Model for Cyclic Triaxial Behavior of Concrete", *Journal of engineering mechanics,* Vol. 118, PP. 1365-1386, (1992).
19. Caner, F. C., and Bazant, Z. P., "Microplane Model M4 for Concrete. II: Algorithm and Calibration", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 126, PP. 954-961, (2000).
20. Bazant, Z. P., Caner, F. C., Carol, I., Adley, M. D., and Akers, S. A., "Microplane Model M4 for Concrete. I: Formulation with Work-Conjugate Deviatoric Stress", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 126, PP. 944-953, (2000).
21. De Borst, R., "Integration of Plasticity Equations for Singular Yield Functions", *Computers & structures*, Vol. 26, PP. 823-829, (1987).
22. Matzenmiller, A., and Taylor, R. L., "A Return MaPPing Algorithm for Isotropic Elastoplasticity", *International journal for numerical methods in engineering*, Vol. 37, PP. 813-826, (1994).
23. Nyssen, C., "An Efficient and Accurate Iterative Method, Allowing Large Incremental Steps, to Solve elasto-plastic problems", *Computers & Structures*, Vol. 13, PP. 63-71, (1981).
24. Simo, J., and Taylor, R., "A Return MaPPing Algorithm for Plane Stress Elastoplasticity", *International Journal for Numerical Methods in Engineering,* Vol. 22, PP. 649-670, (1986).
25. Wissmann, J. W., and Hauck, C., "Efficient Elastic-Plastic Finite Element Analysis with Higher Order Stress-Point Algorithms", *Computers & Structures,* Vol. 17, PP. 89-95, (1983).
26. Li, H-.z., Xiong, G.-d., and Zhao, G.-p., "An Elasto-Plastic Constitutive Model for Soft Rock Considering Mobilization of Strength", *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, Vol. 26,

PP. 822-834, (2016).

27. Liu, L. J., Ye, X. G., Chong, X., Jiang, Q., and Xie, L. L., "Nonlinear Numerical Simulation Analysis on Mechanical Behavior of High-Strength Concrete Beams Reinforced by HRBF500 Steel", *APPlied Mechanics and Materials*, PP. 1607-1613, (2012).
28. Zhang, J., Hu, L., Pu, J., and Yin, K., "Behavior of Plastic Concrete Diaphragm Walls in Three Gorges Project", *Tsinghua Science and Technology*, Vol. 4, PP. 1367-1370, (1999).
29. Duncan, J. M., and Chang, C.-Y., "Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils", *Journal of the soil mechanics and foundations division*, Vol. 96, PP. 1629-1653, (1970).
30. Bažant, Z. P., and Shieh, C.-L., "Endochronic Model for Nonlinear Triaxial Behavior of Concrete", *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 47, PP. 305-315, (1978).
31. Bazant, Z., "Endochronic Inelasticity and Incremental Plasticity", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 14, PP. 691-714, (1978).
32. Bažant, Z. P., and Bhat, P. D., "Prediction of Hysteresis of Reinforced Concrete Members", *Journal of the Structural Division*, Vol. 103, PP. 153-167, (1977).
33. Gambarova, P., and Floris, C., "Microplane Model for Concrete Subject to Plane Stresses", Nuclear Engineering and Design, Vol. 97, PP. 31-48, (1986).
34. Carol, I., Prat, P. C., and Bažant, Z. P., "New Explicit Microplane Model for Concrete: Theoretical Aspects and Numerical Implementation", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 29, PP. 1173-1191, (1992).
35. Vermeer, P. A., and De Borst, R., "Non-Associated Plasticity for Soils, Concrete and Rock", *HERON*, Vol. 29, Num. 3; PP. 1-64, (1984).

۳٦. طرح احداث سد مخزنی برروی رودخانهٔ سومبار، گزارش طراحی بدنهٔ سد، شرکت مهندسین مشاور مهار آب، (۱۳۸٦).

37. ICOLD, "Filling Materials For Watertight Cut-Off Walls", International Commision on Large Dams, bulletin No.51, (1985).
38. Janbu, N., "Soil Compressibility as Determined by Oedometer and Triaxial Tests", *Proceedings of the European conference on soil mechanics and foundation engineering*, PP. 19-25, (1963).
39. Hansen, J. B., "Some Stress-Strain Relationships for Soils", *Intl Conf Soil Mech & Fdn Eng Proc*, (1965).
40. Rowe, P., "Theoretical Meaning and Observed Values of Deformation Parameters for Soil", *Proceedings of the Stress-Strain Behaviour of Soils, Roscoe Memorial Symposium*, PP. 143-194, (1971).
41. Itasca, Consulting, and Group, "FLAC—Fast Lagrangian Analysis of Continua, Version 7.0 User's Guide", Itasca, Minneapolis, Minn, USA, (2011).